

## Análisis Funcional – Evaluación 1

1. Sean  $\|\cdot\|$  y  $\|\cdot\|$  dos normas en un espacio vectorial  $X$ . Prueba que las siguientes afirmaciones son equivalentes.
  - a) Las dos normas son equivalentes.
  - b) La esfera unidad para cada una de las normas es un conjunto acotado para la otra norma.
  - c) La bola cerrada unidad para cada una de las normas es un conjunto acotado para la otra norma.
  - d) Las dos normas tienen los mismos conjuntos acotados.
  - e) Las dos normas tienen las mismas sucesiones de Cauchy.
  - f) Las dos normas tienen las mismas sucesiones convergentes
2. Sea  $A$  un subconjunto no vacío de un espacio normado  $X$ . Prueba que

$$A + B(0, 1) = \{x \in X : \text{dist}(x, A) < 1\}.$$

¿Es cierto que  $A + \overline{B}(0, 1) = \{x \in X : \text{dist}(x, A) \leq 1\}$ ?